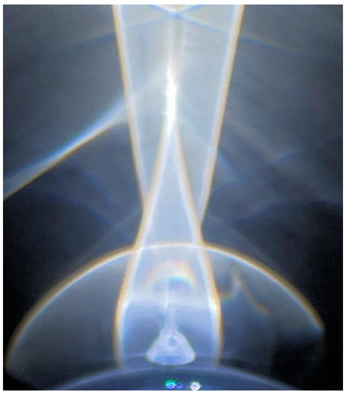
April

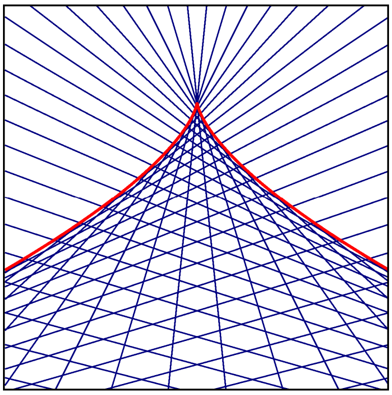
Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So	Mo	Di	Mi	Do	Fr	Sa	So
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
29	30												

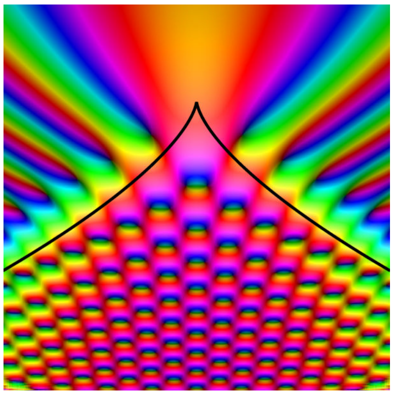
TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERGAKADEMIE FREIBERG

Kaustiken und Interferenz

Wohl jeder hat schon die faszinierenden Muster beobachtet, die sich bei Sonneneinstrahlung hinter einem mit Wasser gefüllten Glas bilden, wie in der linken Abbildung gezeigt. Durch die Brechung des Lichts entstehen Bündel von Strahlen, die sich überkreuzen können, wobei in Bereichen mit besonders großer Dichte der Strahlen hell leuchtende Linien (bzw. Flächen im Dreidimensionalen) hervortreten. Ähnliche Effekte sind auch bei Lichteinfall auf reflektierende gekrümmte Oberflächen zu beobachten.







Im Rahmen der geometrischen Optik lassen sich diese *Kaustiken* als *Einhüllende* der Lichtstrahlen erklären. Die mittlere Abbildung illustriert dies für eine ebene Situation. Die rote Kurve bildet die Kaustik des blauen Strahlenbündels. Längs der Kaustik ist die Lichtintensität (theoretisch) unendlich groß.

Häufig sind Kaustiken keine glatten Kurven sondern besitzen singuläre Punkte. Die einfachste derartige Singularität ist die in der mittleren Abbildung gezeigte *Spitze*, die auch im linken Bild erkennbar ist. Kompliziertere Singularitäten können im Rahmen der Singularitätentheorie (manchmal auch als „Katastrophentheorie“ bezeichnet) klassifiziert werden (vgl. Juli CB 2022).

Für ein besseres Verständnis der Phänomene reicht die Strahlenoptik jedoch nicht aus; zusätzlich muss auch die Wellennatur des Lichts berücksichtigt werden. Durch die Überlagerung der gebrochenen (oder reflektierten) Lichtstrahlen treten Interferenzen auf. Diese bewirken in Abhängigkeit von der Wellenlänge Verstärkungs- oder Auslöschungseffekte, wodurch auch Farbmuster entstehen können. Eine allgemein bekannte Erscheinung dieser Art ist der Regenbogen.

Bei der mathematischen Modellierung dieser und verwandter Vorgänge spielt das *Pearcey-Integral* eine wichtige Rolle. Es ist ein von zwei Parametern abhängiges Integral über die reelle Achse

$$\Psi_2(x,y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \exp\left(\mathrm{i}\,(t^4 + yt^2 + xt)\right) dt,$$

dessen Integrand für große $|t|$ rasch oszilliert. Zu seiner numerischen Berechnung verwendet man zweckmäßig die *Methode des steilsten Abstiegs*. Man verlegt dazu den Integrationsweg so ins Komplexe, dass der Integrand längs dieses Weges rasch abklingt.

Das Bild des Monats zeigt $\Psi_2(x,y)$ als Funktion von $x + \mathrm{i}y$ im Bereich $|x| < 10$, $-15 < y < 5$, wobei der Betrag als Grauwert kodiert wurde. Die Farbgebung in der Umgebung der Nullstellen lässt erkennen, dass die Funktion nicht analytisch ist. Im Bild rechts oben wurde zusätzlich die Kaustik eingezeichnet.

Wir danken Tom Trogdon für die Berechnung des Integrals.

Trevor Pearcey (1919 – 1998)

wurde in Woolwich nahe London geboren. 1940 schloss er das Studium am Imperial College in Mathematik und Physik mit Auszeichnung ab. Noch vor der Promotion wanderte er 1945 nach Australien aus, wo er zunächst auf dem Gebiet der Radiophysik arbeitete.

Als Pionier der Computer-Ära entwickelte Pearcey gemeinsam mit Maston Beard den weltweit vierten voll programmierbaren Elektronenrechner (Mark I, später in CSIRAC umbenannt).

Pearceys wissenschaftliche Interessen waren weit gespannt und umfassten die Ausbreitung elektromagnetischer Wellen, die Planung des Luftverkehrs, die Kristallographie, viskose Stömungen und die Untersuchung der Dynamik nichtlinearer (chaotischer) Systeme. Für seine bis dahin fast 1800 Seiten umfassenden Publikationen wurde ihm 1971 der Doktorgrad der Universität Melbourne verliehen.

In seinen letzten Jahren lebte Trevor Pearcey auf der Halbinsel Mornington südlich von Melbourne.

https://www.pearcey.org.au/about-us/who-we-are/dr-trevor-pearcey/